

# YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI DERSİ 2019 – 2020 GÜZ YARIYILI ARASINAV

## SORULARI

Ad – Soyad :

21/11/2019

Numara :

1. Bir şirket araba ve kamyon üretmektedir ve bunları üretmek için de 1. tip makine kiralamaktadır. Her arabanın kâra katkısı 300pb, her kamyonun kâra katkısı ise 400 pb'dir. Bu şirket her gün, makine başına 50lira harçayarak 1.tip makinadan en çok 98 tane kiralayabilmektedir. Aşağıdaki tabloda bir araba ve kamyon üretmek için kullanılan kaynak miktarları verilmiştir. Mevcut durumda şirketin 73 adet 2.tip makinası ve 260 ton çeliği vardır. Pazarlama araştırmaları en az 88 araba ve 26 kamyonun satılacağını öngörmektedir. Doğrusal programlama modelini kurarak aşağıdaki şıkları cevaplayınız.

	1.tip makinada geçen gün sayısı	2.tip makinada geçen gün sayısı	Çelik miktarı (ton)
Araba	0.8	0.6	2
Kamyon	1	0.7	3

- a. Eğer bir arabanın kara katkısı 310 pb olsaydı, yeni çözüm ne olurdu?
- b. Eğer bir kamyonun kara katkısı 350 pb olsaydı, yeni çözüm ne olurdu?
- c. Eğer şirketin en az 86 araba üretmesi gerekseydi, yeni çözüm ne olurdu?
- d. Eğer şirket, 1.tip makinadan sadece 97 tane kiralayabilseydi, yeni çözüm ne olurdu?
- e. Eğer şirketin 280 ton çeliği olsaydı, yeni çözüm ne olurdu?
2. Bir fabrika, önümüzdeki ayın üretimi için 3 üretim hattı üzerinde yoğunlaşma kararı almıştır. Söz konusu hatlarda üretilen ürünlerin karları 120pb, 150pb ve 90pb olmak üzere farklılık göstermektedir.
- İlk hatta üretilen ürün en çok satan üründür, dolayısı ile orada üretilen miktarın en az diğer iki hatta üretilen miktar kadar olması istenmektedir.
- Hatlar sırasıyla 1, 0.5 ve 0.75 saat üretim zamanı kullanılmaktadırlar. Söz konusu ayda 2420 saat üretim yapılması beklenmektedir.
- Üretim sırasında 1.ve 3. hatlar tarafından 2'şer adet, 2.hat tarafından 3 adet kullanılan özel bir bileşen ise stoklarda 7000 adet ile sınırlıdır.
- Üretilen tüm miktarın satılabileceği varsayımıyla, karın enbüyüklenmesi için doğrusal programlama modeli kurulmaktadır. Buna göre;
- a. En iyi sonucu yorumlayınız. (çözüm nedir? dual fiyatlar hakkında ne diyebilirsiniz?)
- b. Özel bileşenden fabrikanın stoklarında 6500 adet olsaydı yeni çözüm ne olurdu?
- c. 1.hatta üretilen üründen elde edilen kar 90 YTL olsaydı yeni çözüm ne olurdu?
- d. 3.hatta üretilen üründen elde edilen kar 110YTL olsaydı yeni çözüm ne olurdu?
- e. İşe yeni alınan çalışanlar nedeniyle üretim saati 4000'e çıksa yeni çözüm ne olurdu?

3. Bonbon üç farklı tip şekerleme üretmektedir. Birinci tip şekerlemeden 3 YTL kar elde etmekte ve bu şekerlemenin üretiminde 1 birim şeker ve 2 birim çikolata kullanmaktadır. İkinci tip şekerlemeden 7 YTL kar elde etmekte ve bu şekerlemenin üretiminde 1 birim şeker ve 3 birim çikolata kullanmaktadır. Üçüncü tip şekerlemeden ise 5 YTL kar elde etmekte ve bu şekerlemenin üretiminde 1 birim şeker ve 1 birim çikolata kullanmaktadır. Bonbon'un günlük üretim için elinde 50 birim şeker ve 100 birim çikolata vardır.
- Bonbon şirketine yardımcı olmak için bir DP modeli kurunuz ve kurduğunuz modeli çözünüz ve yorumlayınız.
  - Kurduğunuz modelin dualini bulunuz ve dual modelin ekonomik yorumunu (değişken, amaç fonksiyonu ve kısıtlar neyi temsil etmektedir?) yapınız. Primal modelin çözümünden faydalanarak dual modelin çözümünü belirleyiniz ve çözümü yorumlayınız.
  - Primal modelin kısıtlarının gölge fiyatlarını belirleyiniz.
  - Primal modelde ikinci şekerleme kar aralığını belirleyiniz.
  - Primal modelde birinci şekerleme aralığını belirleyiniz.
  - Primal modelin değişkenleri için indirgenmiş maliyetleri belirleyiniz.
  - Primal modelde kısıtların sağ taraf değeri aralığını belirleyiniz.
  - Birinci tip şekerlemeden 6 YTL kar elde edilirse yeni en iyi çözüm ne olur?
  - Tüm şekerlemelerden 5 YTL kar elde edilirse yeni en iyi çözüm ne olur?
  - Günlük kullanılacak çikolata miktarı 50 birime düşerse yeni en iyi çözüm ne olur?

**Not : Süre 90 dakikadır.**

**Başarılar dileriz.**

**Doç. Dr. Talat ŞENEL**

**Arş.Gör.Dr.Serpil AYDIN**

## **CEVAP ANAHTARI**

### **ÇÖZÜM 1:**

$X_1$ : Günlük üretilen araba sayısı

$X_2$ : Günlük üretilen kamyon sayısı

$X_3$ : Günlük kiralanan 1. tip makine sayısı

#### **Amaç fonksiyonu:**

$$Z_{max} = 300X_1 + 400X_2 - 50X_3$$

#### **Kısıtlar;**

$$0.8X_1 + X_2 - X_3 \leq 0$$

$$X_3 \leq 98$$

$$0.6X_1 + 0.7X_2 \leq 73$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 260$$

$$X_1 \geq 88$$

$$X_2 \geq 26$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0 \text{ ve tamsayı}$$

a) Eğer bir arabanın kara katkısı 310 pb olsaydı, yeni çözüm ne olurdu?

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	90,0000	310,0000	27.900,0000	0	basic
2	X2	26,0000	400,0000	10.400,0000	0	basic
3	X3	98,0000	-50,0000	-4.900,0000	0	basic
	Objective Function		(Max.) =	33.400,0000		

90 tane araba, 26 tane kamyon ve 98 tane 1.tip makineden üretilerek 33400 pb kar elde edilecektir.

b) Eğer bir kamyonun kara katkısı 350 pb olsaydı, yeni çözüm ne olurdu?

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	90,0000	300,0000	27.000,0000	0	basic	280,0000	M
2	X2	26,0000	350,0000	9.100,0000	0	basic	-M	375,0000
3	X3	98,0000	-50,0000	-4.900,0000	0	basic	-375,0000	M
	Objective Function		(Max.) =	31.200,0000				

90 tane araba, 26 tane kamyon ve 98 tane 1.tip makineden üretilerek 31200 pb kar elde edilecektir.

c) Eğer şirketin en az 86 araba üretmesi gerekseydi, yeni çözüm ne olurdu?

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	90,0000	300,0000	27.000,0000	0	basic
2	X2	26,0000	400,0000	10.400,0000	0	basic
3	X3	98,0000	-50,0000	-4.900,0000	0	basic
	Objective Function		(Max.) =	32.500,0000		

90 tane araba, 26 tane kamyon ve 98 tane 1.tip makineden üretilerek 32500 pb kar elde edilecektir.

d) Eğer şirket, 1.tip makineden sadece 97 tane kiralayabilseydi, yeni çözüm ne olurdu?

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	88,0000	300,0000	26.400,0000	0	basic
2	X2	26,0000	400,0000	10.400,0000	0	basic
3	X3	97,0000	-50,0000	-4.850,0000	-50,0000	at bound
	Objective Function		(Max.) =	31.950,0000		

88 tane araba, 26 tane kamyon ve 97 tane 1.tip makineden üretilerek 31950 pb kar elde edilecektir.

e) Eğer şirketin 280 ton çeliği olsaydı, yeni çözüm ne olurdu?

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	90,0000	300,0000	27.000,0000	0	basic
2	X2	26,0000	400,0000	10.400,0000	0	basic
3	X3	98,0000	-50,0000	-4.900,0000	0	basic
	Objective Function		(Max.) =	32.500,0000		

90 tane araba, 26 tane kamyon ve 98 tane 1.tip makineden üretilerek 32500 pb kar elde edilecektir.

**ÇÖZÜM 2:**

$X_1$ : 1. hatta üretilen ürün

$X_2$ : 2. hatta üretilen ürün

$X_3$ : 3. hatta üretilen ürün

**Amaç fonksiyonu:**

$$Z_{max} = 120X_1 + 150X_2 + 90X_3$$

**Kısıtlar;**

$$X_1 + 0.5X_2 + 0.75X_3 \leq 2420$$

$$2X_1 + 3X_2 + 2X_3 \leq 7000$$

$$X_1 \geq X_2 + X_3$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

a) En iyi sonucu yorumlayınız.

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	1.400,0000	120,0000	168.000,0000	0	basic	100,0000	150,0000
2	X2	1.400,0000	150,0000	210.000,0000	0	basic	142,5000	180,0000
3	X3	0	90,0000	0	-6,0000	at bound	-M	96,0000
	Objective	Function	(Max.) =	378.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	0	<=	0	0	12,0000	-2.333,3330	800,0000
2	C2	2.100,0000	<=	2.420,0000	320,0000	0	2.100,0000	M
3	C3	7.000,0000	<=	7.000,0000	0	54,0000	0	8.066,6670

İlk hatta ve ikinci hatta 1400 adet üröl üretilirken, üçüncü hatta hiç ürün üretilmemiştir. Elde edilen kar 378000 pb'dir. Birinci ürüne ait dual fiyat 12 pb, ikinci ürüne ait dual fiyat 0 pb ve üçüncü ürüne ait dual fiyat 54 pb'dir.

b) Özel bileşenden fabrikanın stoklarında 6500 adet olsaydı yeni çözüm ne olurdu?

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	1.300,0000	120,0000	156.000,0000	0	basic	100,0000	150,0000
2	X2	1.300,0000	150,0000	195.000,0000	0	basic	142,5000	180,0000
3	X3	0	90,0000	0	-6,0000	at bound	-M	96,0000
	Objective	Function	(Max.) =	351.000,0000				

Birinci hatta 1300, ikinci hatta 1300 ve üçüncü hatta 0 adet ürün üretilerek, 351000 pb kar elde edilecektir.

c) 1. Hatta üretilen üründen elde edilen kar 90 pb olsaydı yeni çözüm ne olurdu?

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	90,0000	0	-10,0000	at bound	-M	100,0000
2	X2	2.333,3330	150,0000	350.000,0000	0	basic	135,0000	M
3	X3	0	90,0000	0	-10,0000	at bound	-M	100,0000
	Objective	Function	(Max.) =	350.000,0000				

Birinci hatta 0, ikinci hatta 2333,33 ve üçüncü hatta 0 adet ürün üretilerek, 350000 pb kar elde edilecektir.

d) 3.hatta üretilen üründen elde edilen kar 110 pb olsaydı yeni çözüm ne olurdu?

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	1.516,3640	120,0000	181.963,6000	0	basic	116,0000	M
2	X2	934,5455	150,0000	140.181,8000	0	basic	140,0000	167,5000
3	X3	581,8182	110,0000	64.000,0000	0	basic	96,0000	112,5000
	Objective Function		(Max.) =	386.145,5000				

Birinci hatta 1516,3640 ikinci hatta 934,5455 ve üçüncü hatta 581,8182 adet ürün üretilerek, 386145,5 pb kar elde edilecektir.

e) İşe yeni alınan çalışanlar nedeniyle üretim saati 4000'e çıksa yeni çözüm ne olurdu?

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	1.400,0000	120,0000	168.000,0000	0	basic	100,0000	150,0000
2	X2	1.400,0000	150,0000	210.000,0000	0	basic	142,5000	180,0000
3	X3	0	90,0000	0	-6,0000	at bound	-M	96,0000
	Objective Function		(Max.) =	378.000,0000				

Birinci hatta 1400 ikinci hatta 1400 ve üçüncü hatta 0 adet ürün üretilerek, 378000 pb kar elde edilecektir.

### **ÇÖZÜM 3:**

$X_1$ : 1. tip şekerlemeden üretilen miktar

$X_2$ : 2. tip şekerlemeden üretilen miktar

$X_3$ : 3. tip şekerlemeden üretilen miktar

a)

**Amaç fonksiyonu:**

$$Z_{max} = 3X_1 + 7X_2 + 5X_3$$

**Kısıtlar;**

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 50$$

$$2X_1 + 3X_2 + X_3 \leq 100$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0 \text{ ve tamsayı}$$

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	0	3,0000	0	3,0000	at bound
2	X2	33,0000	7,0000	231,0000	0	basic
3	X3	0	5,0000	0	5,0000	at bound
	Objective Function		(Max.) =	231,0000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	33,0000	<=	50,0000	17,0000	0
2	C2	99,0000	<=	100,0000	1,0000	0

Sadece 2.tip şekerlemeden 33 adet üretilmiştir ve 231 pb kar elde edilmiştir. Şekerleme üretiminde 17 birim şeker ve çikolata üretiminde 1 birim çikolata kullanılmamıştır.

b)  $Z_{min} = 50Y_1 + 100Y_2$   
 $Y_1 + 2Y_2 \geq 3$   
 $Y_1 + 3Y_2 \geq 7$   
 $Y_1 + Y_2 \geq 5$   
 $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$  ve tamsayı

Şekerleme üretiminde kullanılan şeker ve çikolata miktarlarının minimize edilmesi amaçlanmaktadır. Primal modelin gölge fiyat değerleri, dual modelin çözüm değerini vermektedir.

- c) Primal modelde birinci kısıtın ve ikinci kısıtın gölge fiyatı 0'dır.  
d) Primal modelde ikinci şekerleme kar aralığı, [5;15]'dir.  
e) Primal modelde birinci şekerleme aralığı, [0;6]'dir.  
f) 1. tip şekerleme için indirgenmiş maliyet 3 pb, 2.tip şekerleme için indirgenmiş maliyet 0 b ve 3.tip şekerleme için indirgenmiş maliyet 5 pb'dir.  
g) Birinci kısıtın sağ taraf değerleri [33,333-100,000] ve ikinci kısıtın sağ taraf değerleri [50,000-150,000] şeklindedir.  
h) Birinci tip şekerlemeden 6 pb kar elde edilirse yeni çözüm;

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	50,0000	6,0000	300,0000	0	basic	4,6667	7,0000
2	X2	0	7,0000	0	0	basic	6,0000	9,0000
3	X3	0	5,0000	0	-2,0000	at bound	-M	7,0000
	Objective Function		(Max.) =	300,0000				

Birinci tip şekerlemeden 50 adet üretilerek 300 pb kar elde edilecektir.

- i) Tüm şekerlemelerden 5 pb kar elde edilirse yeni çözüm;

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	50,0000	5,0000	250,0000	0	basic	5,0000	M
2	X2	0	5,0000	0	0	at bound	-M	5,0000
3	X3	0	5,0000	0	0	at bound	-M	5,0000
	Objective Function		(Max.) =	250,0000				

Birinci tip şekerlemeden 50 adet üretilerek 250 pb kar elde edilecektir.

j) Günlük kullanılabilir çikolata miktarı 50 birime düşerse yeni çözüm;

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit $c(j)$	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	1,0000	3,0000	3,0000	0	basic
2	X2	16,0000	7,0000	112,0000	0	basic
3	X3	0	5,0000	0	5,0000	at bound
	Objective	Function	(Max.) =	115,0000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	17,0000	$\leq$	50,0000	33,0000	0
2	C2	50,0000	$\leq$	50,0000	0	1,5000

Birinci tip şekerlemeden 1 adet, ikinci tip şekerlemeden 16 adet üretilerek 115 pb kar elde edilecektir. Kullanılmayan 33 birim şeker kalacaktır.